

1. Introducción .....	2
1.1.    Presentación del curso. ....	2
1.2.    Dimensión de la electrónica de potencia. ....	2
1.3.    Formas de controlar la potencia entregada a una carga. ....	3
1.4.    Acciones básicas de control de potencia: reguladores .....	4
1.4.1.    Control de potencia DC: reguladores DC .....	4
1.4.2.    Control de potencia AC: reguladores AC .....	6
1.4.2.1. Control por ángulo de desfase variable. ....	6
1.4.2.2. Control por número de ciclos .....	7
1.5.    Formas de conversión de energía eléctrica: conversores .....	9
1.5.1.    Conversión AC→DC: Rectificadores .....	9
1.5.2.    Conversión DC→DC: TROCEADORES (CHOPPER) .....	10
1.5.3.    Conversión DC→AC: INVERSORES .....	10
1.5.4.    Conversión AC→AC: CICLOCONVERTIDORES. ....	10
1.6.    Método de análisis de circuitos de potencia. ....	11
2. Repaso de circuitos. ....	12
2.1.    Ecuación de primer orden. ....	12
2.1.1.    Inductancia .....	12
2.1.2.    Capacidad .....	16
2.2.    Ecuaciones de 2º orden. Método de transformada de laplace. ....	18
2.2.1.    RLC SERIE .....	18

## **1. INTRODUCCIÓN**

### *1.1. PRESENTACIÓN DEL CURSO.*

La electrónica de potencia es un área de conocimiento que abarca una amplia gama de aspectos diferentes. Estos apuntes pretenden servir como texto base para un curso, de un cuatrimestre, dirigido a ingenieros técnicos industriales. Los objetivos del curso son:

- 1) Proporcionar una visión general de las acciones que se pueden realizar para controlar la cantidad de potencia que se administra a una carga, así como para la conversión de la energía eléctrica a formatos específicos de la manera más eficiente posible.
- 2) Proporcionar los conocimientos necesarios que permitan elegir la opción que más convenga a cada caso, manteniendo criterios de diseño óptimos.
- 3) Dar a conocer los diferentes dispositivos electrónicos disponibles en el mercado relacionados con los circuitos de potencia. Describir su funcionamiento, rango de aplicación y ejemplificar su utilización en diferentes circuitos.
- 4) Describir los circuitos básicos que permitan implementar las acciones descritas en los apartados uno y dos. Proporcionar las técnicas básicas para dimensionar dichos circuitos de modo que cumplan los requisitos que se les exijan.
- 5) Conocer, mediante un análisis más o menos detallado, algunas aplicaciones reales de circuitos de potencia.
- 6) Dotar de nociones sobre la normativa vigente relacionada con los circuitos de potencia.

La consecución de estos objetivos será gradual, y se irá alcanzando a medida que se avance en el estudio. Los contenidos se han estructurado en 9 temas. Se añaden, además, algunos apéndices que permiten clarificar alguno de los contenidos, o bien, profundizar en conocimientos. Los temas se acompañan de varios ejemplos, ejercicios y simulaciones que contribuirán a conseguir los objetivos. También se añade un volumen con las prácticas de laboratorio disponibles.

Se propone la elaboración de un trabajo de investigación consistente en el diseño y realización de un circuito electrónico de potencia de los analizados en el apartado cinco.

### *1.2. DIMENSIÓN DE LA ELECTRÓNICA DE POTENCIA.*

Dos son los propósitos principales de la electrónica de potencia: por un lado regular la potencia que se entrega a una carga de la manera más eficiente posible, minimizando tanto las pérdidas de energía como las perturbaciones sobre otros circuitos cercanos, y, por otro, conseguir la transformación de la energía eléctrica al formato idóneo para cada aplicación.

El primero de esos propósitos abarca diferentes aspectos como son regular la velocidad de un motor, controlar la acción de un calefactor, variar la intensidad luminosa de una lámpara, etc. El segundo aspecto hace referencia a las fuentes de alimentación, a la conversión de DC→AC, DC→DC, AC→DC, etc. En cada caso se aplicará un circuito de potencia concreto, si bien existen unas configuraciones básicas que serán estudiadas en capítulos posteriores.

Desde el punto de vista del ingeniero, además se debe optimizar el esfuerzo y los recursos, de modo que siempre se elegirá la opción que resulte más rentable según los criterios establecidos. Se deben tener, por lo tanto, unos conocimientos amplios tanto en las diferentes tecnologías disponibles, como en el diseño de los circuitos, lo que conlleva un elevado estudio teórico y práctico. En lo referente a la práctica, es algo que se consigue con el tiempo, y que no se puede proporcionar en un curso cuatrimestral. El mundo real se encargará de poner las trampas, problemas e inconvenientes que irán curtiendo al ingeniero, dotándolo de tan ansiada práctica. Es al enfrentarse a esos retos cuando se debe tirar de los conocimientos teóricos que permitan analizar el problema, acotarlo y plantear una solución. El grado de conocimiento adquirido en este curso deberá ser suficiente, al menos, para tener una visión global de los procesos que tiene lugar en la transferencia de potencia a una carga, así como tener más o menos claro donde acudir para profundizar en el estudio de casos más particulares.

Concretando algo más, podemos hacer una primera clasificación del propósito de los circuitos de potencia, según la acción que ejecuta la carga. En este sentido distinguiremos los circuitos amplificadores y los circuitos reguladores. En los primeros, el propósito del circuito de potencia es aumentar los niveles de la señal presente a la entrada del circuito sin modificar su forma. El ejemplo más típico de este tipo de circuitos es al amplificador de audio: En los circuitos reguladores se pretende controlar una acción que ejecuta la carga suministrándole más o menos potencia. Un ejemplo sencillo de esta acción sería un regulador de intensidad de luz para una bombilla. En esta asignatura nos restringiremos a estos segundos circuitos de potencia, porque entendemos que un ingeniero técnico industrial tendrá más oportunidades para encontrarse con estos circuitos que con los primeros.

### 1.3. FORMAS DE CONTROLAR LA POTENCIA ENTREGADA A UNA CARGA.

Sigamos con el ejemplo del regulador de intensidad de una bombilla. Se puede realizar un control mediante un simple potenciómetro:

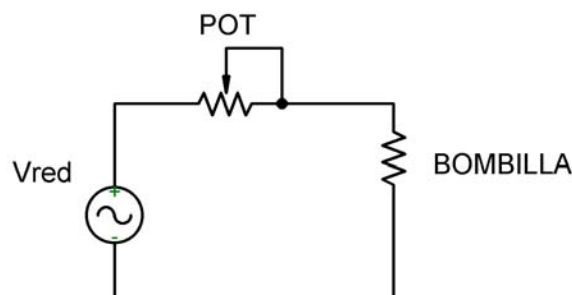


Fig. 1-1

Con este tipo de regulación la potencia que no se entrega a la carga se consume en el elemento regulador (el potenciómetro). Para circuitos con corrientes elevadas, esta pérdida de potencia supone un gasto grande. La forma de la tensión en la carga es igual a la del generador, pero con menor amplitud.

Una forma alternativa de regular la potencia que llega a la carga es “pulsando” la señal del generador. El elemento regulador es básicamente un interruptor:

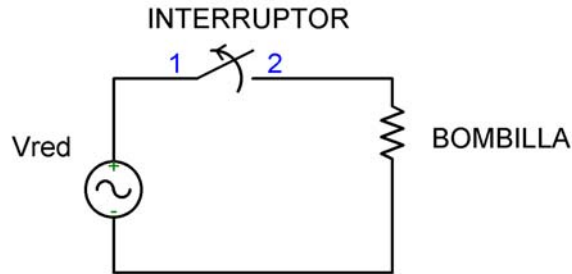


Fig. 1-2

Con el interruptor cerrado, la totalidad de la tensión del generador es aplicada a la carga. Con el interruptor abierto, no circula corriente por el circuito, por lo que no se produce gasto de energía. Regulando la frecuencia con se abre y se cierra el interruptor se controla la potencia que llega a la carga.

La parte de la electrónica de potencia que veremos en estos apuntes describe los diferentes tipos de interruptores, así como los circuitos que controlan la apertura y/o cierre de los mismos. Además, se analiza el comportamiento global del circuito incluyendo el generador y la carga.

#### 1.4. ACCIONES BÁSICAS DE CONTROL DE POTENCIA: REGULADORES

##### 1.4.1. CONTROL DE POTENCIA DC: REGULADORES DC

En la figura 1.3 se muestra el esquema de un posible control de potencia sobre una carga alimentada con corriente continua.

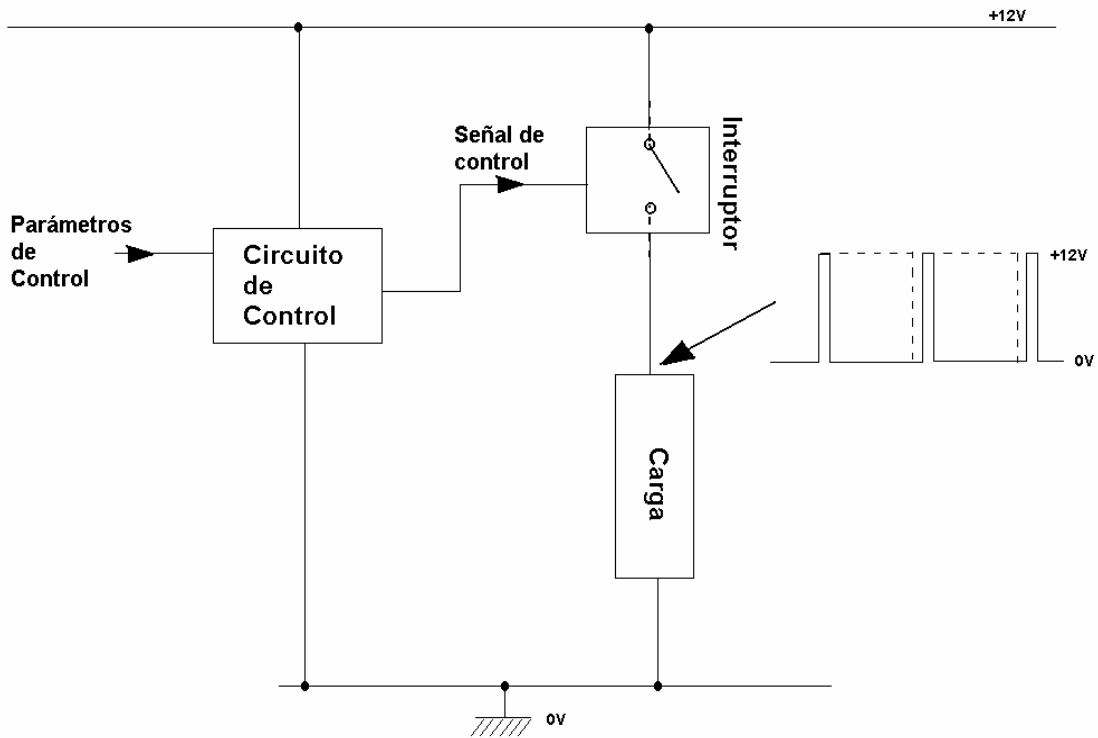


Fig. 1-3

El circuito de control puede ser un generador de pulsos con frecuencia fija, pero con el ancho del pulso variable.

$$\text{Duty cycle (\%)} = \frac{t_{ON}}{T} \times 100$$

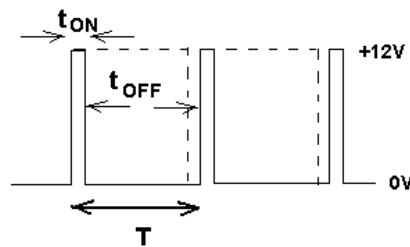


Fig. 1-4

La tensión continua que se entrega a la carga viene dada por el valor medio de la señal en un ciclo del generador de pulsos. Nótese que cuando el interruptor está abierto no circula corriente, y, por lo tanto, no se consume potencia. Cuando el interruptor se cierra, la totalidad de la tensión se aplica a la carga.

El parámetro de control es una señal que controla el "DUTY CYCLE", es decir, el ancho del pulso. Este parámetro puede ser cambiado manualmente (para variar el brillo de una lámpara de DC, por ejemplo), puede ser variado de manera automática, o puede provenir de la propia carga a través de un bucle de realimentación (para regular un motor de DC de velocidad constante).



1.4.2. CONTROL DE POTENCIA AC: REGULADORES AC

Distinguiremos dos tipos de control básico de la potencia entregada a cargas alimentadas con corriente alterna:

1.4.2.1. CONTROL POR ÁNGULO DE DESFASE VARIABLE.

En la figura 1-5 se muestra un control de intensidad de una bombilla.

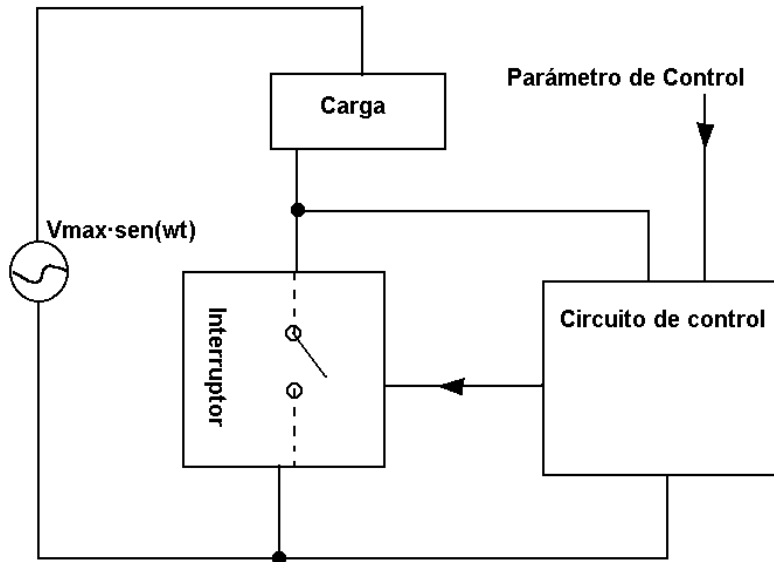


Fig. 1-5

El circuito de control es un generador de pulsos que toma la frecuencia desde la señal de alimentación, pero introduce un retraso en la fase. El interruptor se cierra (conduce, dejando pasar la señal del generador) cuando le llega la señal de disparo del circuito de control. El interruptor se abre (corta la corriente) automáticamente cuando la señal del generador pasa por cero.

El parámetro de control determina el retraso de la señal de disparo<sup>1</sup>, y puede ser accionado manualmente, de forma automática o puede estar incluido en bucle de realimentación para mantener un valor constante de potencia sobre cargas variables.

La figura 1-6 representa las formas de las tensiones en diferentes puntos del circuito. El desfase (atraso) se mide en grados teniendo en cuenta que el mínimo es 0° y el máximo es 180°, que coincide con un semiciclo de la señal del generador. Si el ángulo de disparo es muy pequeño, cercano o igual a cero, la práctica totalidad de la potencia del generador se transfiere a la carga. Si el ángulo de disparo es de 90°, la mitad del voltaje se transmite a la carga. Si, por el contrario, el ángulo de disparo está cercano a 180° el voltaje sobre la carga es casi cero, y la carga consume el mínimo de potencia.

La técnica de control de potencia por ángulo de desfase tiene varias ventajas. La potencia consumida por la carga se puede regular en un amplio rango de valores; es muy eficiente (típicamente, por encima del 95 por ciento); el

<sup>1</sup> La señal de disparo es un pulso de corta duración, cuya misión es cerrar el interruptor. Este permanecerá cerrado posteriormente, aunque el impulso de disparo se haya extinguido.

pulsado tiene la misma frecuencia que la línea de alimentación, lo que permite controlar el brillo de la bombilla sin parpadeos. La principal desventaja radica en que la corriente sufre cambios bruscos, especialmente si el ángulo de disparo está cercano a  $90^\circ$ , en cuyo caso pasa de cero al máximo en un intervalo de tiempo muy pequeño. Estos picos de corriente pueden producir RFI (interferencias de radiofrecuencia) considerables.

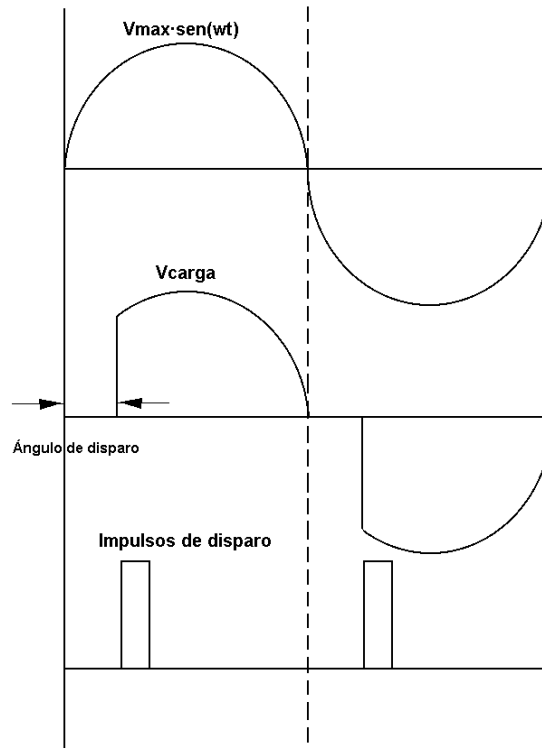


Fig. 1-6: Control de potencia AC por retraso de fase variable.

Este método de control de potencia se emplea frecuentemente en circuitos que no contengan cargas inductivas, y están "prohibidos" en circuitos que alimenten cargas con corrientes elevadas.

#### 1.4.2.2. CONTROL POR NÚMERO DE CICLOS

Las cargas que se alimentan con corrientes elevadas, se pueden regular en potencia de manera eficiente, sin producir RFI, usando la técnica mostrada en la figura 1-7, en la que paquetes formados por semiciclos completos alimentan la carga a intervalos regulares. Se determina una duración del ciclo del interruptor que sea múltiplo entero del periodo de la señal (por ejemplo 8 ciclos de la red). Si los paquetes tienen un "ancho" de 8 ciclos, la totalidad de la potencia se transmite a la carga; si los paquetes están formados por cuatro ciclos, la mitad del voltaje (un cuarto de la potencia máxima) alimenta a la carga; si los paquetes son de medio ciclo, un dieciseisavo de voltaje ( $1/256$  de la potencia máxima).

Esta técnica permite reducir al mínimo la RFI siempre y cuando el interruptor se abra o se cierre cuando el potencial esté muy cerca al cero, es decir, en los cambios de polaridad. Si esto es así, la corriente pasará de cero a un valor relativamente pequeño al cerrar el interruptor. Esto se consigue controlar mediante un dispositivo denominado *detector de cruces por cero*.

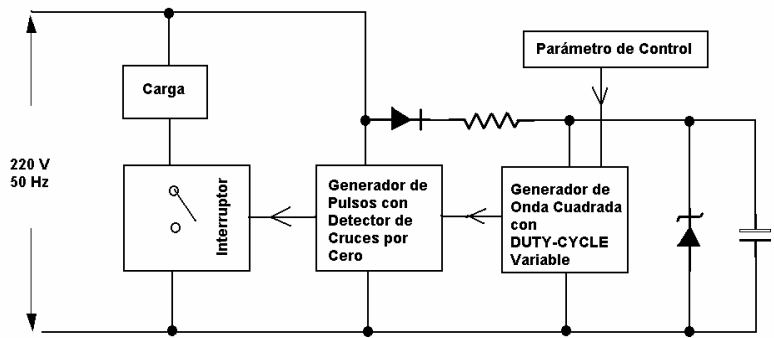


Fig. 1-7

El circuito de la figura 1-7 incluye una fuente de alimentación básica, configurada por el diodo rectificador de media onda, el filtro R-C y el estabilizador por diodo zener. Esta fuente proporciona una alimentación continua al circuito generador de onda cuadrada, que además tiene una entrada que controla el DUTY CYCLE de la salida. En la figura 1-8 se muestra las diferentes señales presentes en el circuito. La onda cuadrada, con amplitud entre cero y cinco voltios, alimenta a un circuito generador de pulsos, que funciona de la siguiente forma:

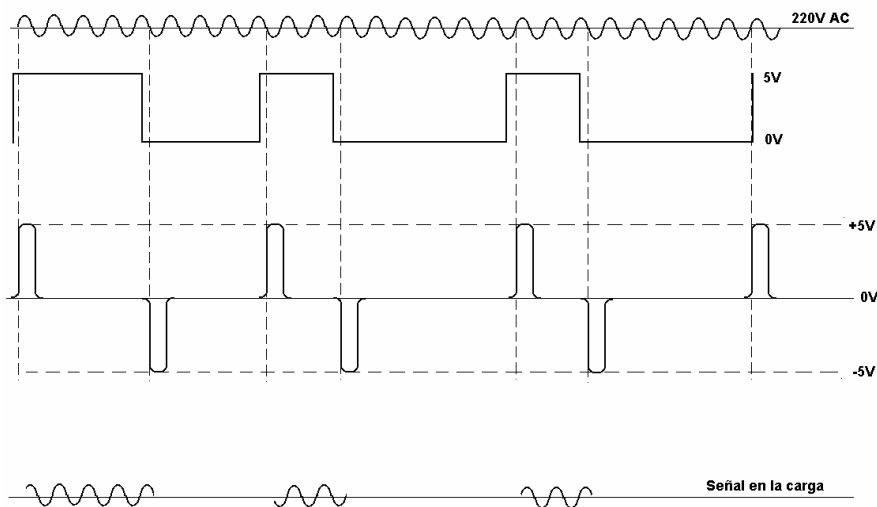


Fig. 1-8

Cuando el detector de cruces por cero detecta un cambio en la polaridad de la señal alterna, una lógica compara la tensión de la señal cuadrada. Si esta es de 5V se produce un impulso positivo que cierra el interruptor, transmitiendo la señal alterna a la carga. En cada cruce por cero se hace la comparación del nivel de señal cuadrada; en el instante en que el nivel cambie a cero, se emitirá un pulso negativo<sup>2</sup> que abre el interruptor, impidiendo el paso de corriente hacia la carga. La forma de la señal que llega a la carga se representa en la parte baja de la figura 1-8.

<sup>2</sup> Otra modalidad es aquella en que todos los pulsos son positivos, y el interruptor cambia de posición cada vez que se da uno de los impulsos. Si estaba abierto, se cerrará, y si estaba cerrado se abrirá.



El método de control de potencia por número de ciclos es muy eficiente, pero sólo permite variar la potencia que llega a la carga un número entero de semiciclos. Se usa en circuitos que no necesiten variar rápidamente la potencia, como por ejemplo en controles de temperatura.

A lo largo de estos apuntes veremos varios ejemplos de ambos métodos de control de potencia.

## 1.5. FORMAS DE CONVERSIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA: CONVERSORES

### 1.5.1. CONVERSIÓN AC→DC: RECTIFICADORES

Los rectificadores son circuitos eléctricos capaces de convertir una tensión alterna en otra unipolar. Existen rectificadores de media onda, que simplemente anulan los semiciclos negativos de la tensión alterna, y rectificadores de onda completa, que invierten la polaridad de los semiciclos negativos. Ambas modalidades se pueden implementar controladas (capaces de variar el nivel de la tensión rectificada de salida) y no controladas (simplemente rectifican de la mejor manera que puedan). Normalmente se coloca a la salida del rectificador un filtro pasa-baja para suavizar la forma de la onda y mejorar la relación de continua.

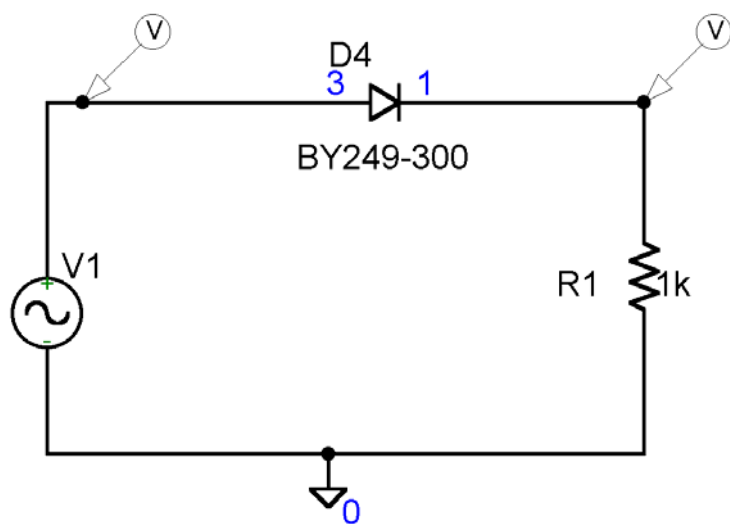


Fig. 1-9: Rectificador de media onda no controlado.

Las principales aplicaciones de los rectificadores se nombran en la siguiente lista:

- Alimentación de todo tipo de equipos electrónicos como sistemas de comunicaciones y ordenadores.
- Control de motores de corriente continua utilizados en muchos procesos industriales y máquinas herramientas como carretillas transportadoras y elevadoras, trenes de laminación y papeleras.
- Transporte urbano e interurbano.
- Convertidores de corriente alterna en corriente continua para transporte en continua y alta tensión.
- Procesos electroquímicos y electrometalúrgicos.

- Alimentación de electroimanes industriales.
- Excitación, regulación y control de alternadores y motores síncronos.

### **1.5.2. CONVERSIÓN DC→DC: TROCEADORES (CHOPPER)**

Los conversores de continua son dispositivos que transforman un nivel de continua a su entrada, entregando otro valor a la salida. Se pueden clasificar en elevadores, reductores y mixtos (elevadores-reductores). El funcionamiento básico de los reductores de tensión consiste en “trocear” o muestrear el nivel de continua a la entrada mediante un interruptor, y entregar a la salida, previo filtrado, el valor medio de la corriente troceada y filtrada. En el caso de los elevadores de tensión se añaden elementos almacenadores de energía ( bobinas y condensadores) que entregan a la carga una tensión añadida a la de la entrada. Los sistemas mixtos pueden funcionar en cualquiera de las configuraciones mencionadas.

En la lista siguiente figuran las principales aplicaciones de los conversores de continua:

- Alimentación y control de motores de corriente continua.
- Alimentación de equipos de electrónica a partir de baterías, fuentes autónomas de corriente continua.
- Automóviles y demás vehículos eléctricos.

### **1.5.3. CONVERSIÓN DC→AC: INVERSORES**

Los conversores de corriente continua en alterna se pueden clasificar en dos grandes grupos: los resonadores y los inversores. A lo largo del curso veremos ejemplos de ambos tipos de conversores, pero haremos hincapié en los inversores.

Las principales aplicaciones de los inversores:

- Convertidores de corriente continua en corriente alterna en el terminal receptor de las líneas de transporte de corriente continua de alta tensión.
- Accionadores de motores de corriente alterna para fuentes de energía no convencionales como centrales fotovoltaicas.
- Suministros de seguridad (sistemas de alimentación ininterrumpida) para ordenadores y aplicaciones críticas.
- Suministros en aeronaves.
- Calentamiento por inducción.

### **1.5.4. CONVERSIÓN AC→AC: CICLOCONVERTIDORES.**

No debe confundirse el cicloconversor con los reguladores de alterna. Estos últimos, regulan la potencia entregada a la carga, pero no varía la frecuencia de la señal de alimentación. Los cicloconversores reciben una señal de alterna a la entrada y a la salida proporcionan una señal alterna de diferente frecuencia y amplitud.

Las principales aplicaciones de los conversores AC-AC son:

- Control de motores de inducción.
- Calentamiento por alta frecuencia.

### 1.6. MÉTODO DE ANÁLISIS DE CIRCUITOS DE POTENCIA.

El dispositivo básico en los circuitos de potencia es el interruptor controlado, que generalmente es un dispositivo semiconductor. El comportamiento específico del interruptor se debe tener en cuenta para los circuitos de control de cierre y apertura, así como los diferentes circuitos de protección contra sobretensiones y/o sobreintensidades. Sin embargo, para el estudio del funcionamiento del circuito de potencia, los interruptores se consideran ideales, es decir, cuando están cerrados se sustituyen por un cortocircuito y cuando están bloqueados se sustituyen por un circuito abierto. De este modo, cada vez que un semiconductor cambia de estado, el esquema equivalente del circuito se altera y, por consiguiente, tiene lugar un fenómeno transitorio en el sistema. Podemos decir que *el régimen permanente de funcionamiento de un circuito de potencia está constituido por una sucesión periódica de regímenes transitorios*. A los intervalos de tiempo durante los que no cambia el circuito equivalente se les denomina *intervalos*.

Para estudiar un montaje determinado es necesario primero describir su funcionamiento, es decir, imaginar la evolución de las diversas funciones (tensiones e intensidades en los elementos del circuito) durante cada intervalo. La variable independiente es el tiempo. El tratamiento matemático comporta los pasos siguientes:

- Para el primer intervalo se escriben las ecuaciones diferenciales del circuito equivalente.
- Estas ecuaciones se integran introduciendo las constantes de integración necesarias.
- Con las expresiones analíticas obtenidas se determina el instante en que acaba el intervalo, porque dejan de cumplirse las condiciones para las que es válido su esquema equivalente.
- Se procede de igual forma con el intervalo siguiente y así con todos los demás hasta el fin del periodo.

Las condiciones de contorno para hallar las constantes de integración introducidas son:

- Ciertas funciones no pueden variar bruscamente (la tensión en un condensador o la intensidad en una bobina) y, por lo tanto, al principio de un intervalo tendrán el mismo valor que al final del intervalo inmediato anterior.
- Dada la periodicidad de funcionamiento, cada función tiene igual valor al principio y final de cada periodo (no confundir periodo con intervalo; en cada periodo se tienen que dar todos los intervalos). En realidad esta condición está incluida en la anterior.

con objeto de estar familiarizado con el tratamiento analítico, es conveniente repasar algunos temas de la Teoría de Circuitos, lo cual se hacen en el siguiente capítulo.

## 2. REPASO DE CIRCUITOS.

Como se mencionó en la introducción, para cada intervalo de funcionamiento el circuito equivalente queda definido por un sistema de ecuaciones algebraicas y diferenciales, las cuales hay que integrar. Sea  $y(t)$  la función en cuestión (suele ser el voltaje o la corriente de una rama), la ecuación diferencial contiene en el primer miembro una combinación lineal de la función y sus derivadas, y en segundo miembro la perturbación. La solución de la ecuación será una combinación lineal de:

- $y_h(t)$ , es decir la solución general de la ecuación diferencial homogénea (con perturbación nula).
- $y_p(t)$ , es decir una solución particular de la ecuación diferencial homogénea. Generalmente esta solución es una combinación lineal de la perturbación y sus derivadas.

Así pues,  $y(t) = y_h(t) + y_p(t)$

El número de constantes de integración debe ser igual al orden de la ecuación y se determinan a partir de las condiciones de contorno.

### 2.1. ECUACIÓN DE PRIMER ORDEN.

Será de la forma:  $a \cdot \frac{dy(t)}{dt} + b \cdot y(t) = f(t)$ , siendo las condiciones de contorno  $y(t_0) = y_0$  y  $f(t_0) = f_0$ .

La ecuación diferencial homogénea se escribe:  $\frac{dy(t)}{dt} + \frac{b}{a} \cdot y(t) = 0$ , y su solución nos proporciona  $y_h(t)$ .

El coeficiente  $\frac{b}{a} \equiv \alpha$  es el coeficiente de amortiguamiento, y su inversa  $\frac{a}{b} \equiv \tau$  es la constante de tiempo del circuito.

Como solución forzada se prueba con  $y_p(t) = C_1 \cdot f(t) + C_2 \cdot f'(t)$  y se comprueba que verifique la ecuación diferencial. En caso de que no la verifique, se añade un término con la siguiente derivada, y así sucesivamente.

A continuación vamos a resolver varios ejemplos.

#### 2.1.1. INDUCTANCIA

Una bobina tiene una componente inductiva  $L$  pero además siempre tiene una resistencia propia del conductor que la conforma. Lo habitual es representar por separado estas dos características, colocando en los esquemas una resistencia en serie con una inductancia pura.

Al circular por una bobina una corriente variable  $i(t)$ , se origina una f.e.m. de autoinducción que se opone a la causa que la creó:

$$e_L = -L \frac{di}{dt}$$

Ecuación 2-1

Otra forma de verlo es decir que al circular una corriente variable por una bobina, se induce en los bornes de la misma una caída de potencial:

$$v_L = L \frac{di}{dt}$$

Ecuación 2-2

Si se usa la primera opción, estamos considerando que la bobina es una fuente de potencial que se opone al sentido de la corriente, si se usa la segunda opción estamos considerando que la bobina consume corriente y la convierte en una caída de potencial. Cualquiera de los dos puntos de vista es equivalente, y sólo debe tenerse cuidado con los signos al resolver la ecuación de las mallas en el circuito. Normalmente usaremos la segunda opción.

El hecho de que la caída de potencial inducida en bornes de la bobina dependa de las variaciones de la corriente indica que es un dispositivo muy sensible a los transitorios provocados por los cierres y aperturas de los interruptores. Supóngase el siguiente circuito:

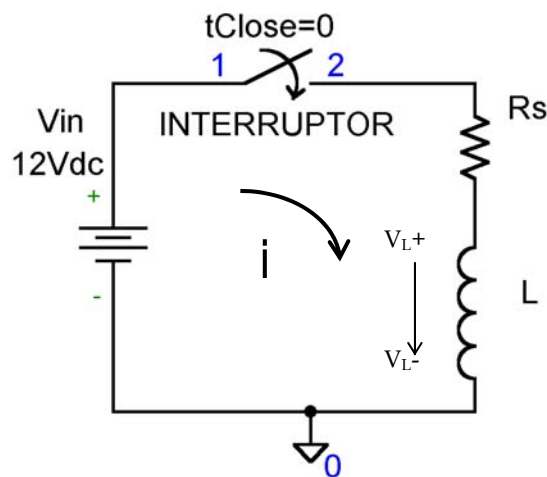


Fig. 2-1

Aplicando mallas cuando el interruptor está cerrado:

$$V_{in} = i \cdot R + L \frac{di}{dt};$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = \frac{V_{in}}{L}$$

Ecuación 2-3

La solución de esta ecuación diferencial de primer orden es de la forma  $i(t) = i_H(t) + i_p(t)$ , donde  $i_H$  es la solución general de la ecuación homogénea, e  $i_p$  es una solución particular de la completa. Resolvamos la homogénea:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = 0$$

la ecuación característica:  $r + \frac{R}{L} = 0 \Rightarrow r = -\frac{R}{L}$ , por lo que la solución de la ecuación es:

$$i_H(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{Ecuación 2-4}$$

Para encontrar una solución particular de la completa, se ensaya una combinación lineal de la función excitadora y sus derivadas. En este caso, la función excitadora es una constante ( $V_{in}/L$ ), por lo que supondremos  $i_p(t) = k$

La solución de la ecuación 2-3 es de la forma:

$$i(t) = A \cdot e^{-Rt/L} + k \quad \text{Ecuación 2-5}$$

Para determinar las constantes se sigue el siguiente procedimiento:

- a) Se calcula la derivada de  $i(t)$  y se sustituye en la ecuación diferencial original (Ecuación 2-3):

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{RA}{L} \cdot e^{-Rt/L}$$

$$-\frac{RA}{L} \cdot e^{-Rt/L} + \frac{R}{L} \cdot (A \cdot e^{-Rt/L}) + \frac{R}{L} \cdot k = \frac{V_{in}}{L}$$

despejando queda  $k = \frac{V_{in}}{R}$

- b) Se determina el valor de la constante A a partir de las condiciones iniciales. Suponemos que para  $t=0$  la corriente en el circuito es  $i_0$ . Sustituyendo en la Ecuación 2-5:

$$i_0 = A \cdot e^0 + \frac{V_{in}}{R} \Rightarrow A = i_0 - \frac{V_{in}}{R}$$

Una vez determinadas las constantes, la solución para la forma de la corriente en el circuito con el interruptor cerrado es:

$$i(t) = (i_0 - \frac{V_{in}}{R}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_{in}}{R} \quad \text{Ecuación 2-6}$$

Donde  $\tau = L/R$  es la constante de tiempo del circuito.

Lo primero que observamos es que la corriente tiene dos términos:

$V_{in}/R \rightarrow$  Es la parte permanente, y coincide con la corriente que existiría en el circuito en ausencia de la bobina.

$(i_0 - V_{in}/R) e^{-t/\tau} \rightarrow$  Es la parte transitoria, y coincide con la corriente almacenada en la bobina.

El proceso que tiene lugar se puede describir de la siguiente manera: Al conectar el interruptor, y puesto que la corriente en ese instante es nula, el potencial no cae en la resistencia, sino que aparece por completo en bornes de la bobina. La corriente aumenta rápidamente y luego se va suavizando, o, lo que es lo mismo, su derivada inicialmente es muy grande (pendiente elevada) para luego ir disminuyendo (pendiente menos elevada). El potencial en la bobina es proporcional a la derivada de la corriente, por lo que tendrá un valor máximo al cerrar el interruptor, y un prácticamente nulo cuando la corriente se estabiliza.

Podemos ver estos resultados en la Fig. 2-2 , en la que se representa la forma de la corriente. El área rayada corresponde a la diferencia entre la corriente con y sin bobina. Esa diferencia es proporcional a la energía almacenada en el inductor.

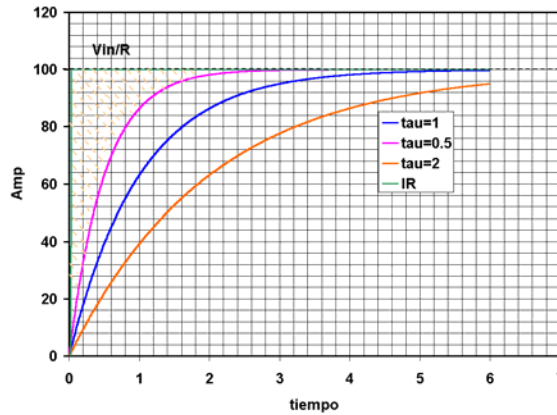


Fig. 2-2: Corriente en la carga para diferentes valores de la constante de tiempo

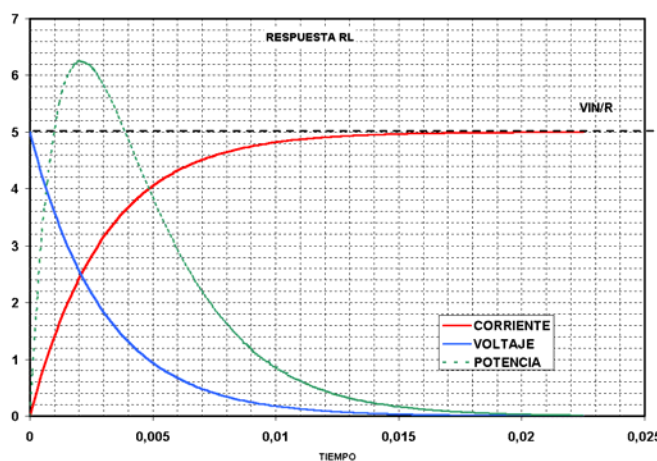


Fig. 2-3: Respuesta temporal del circuito de la figura 2-1. En la gráfica están representados los valores en bornes de la bobina.

**¿Qué ocurre cuando se abre el interruptor?**

Al desconectar el interruptor, se interrumpe bruscamente la corriente. La pendiente de descenso viene determinada por velocidad con la que se abre el interruptor. En el momento de la desconexión, por lo tanto, se genera una derivada negativa de valor muy elevado, y como consecuencia aparece en bornes de la bobina una tensión negativa dada por la expresión  $v_L = L \frac{di}{dt}$ . Este comportamiento de los circuitos que contienen inductancias puede resultar peligroso, ya que se generan unos picos de tensión muy elevados al desconectar la corriente. En general se deben poner elementos de protección cuando se sospeche que se puedan producir estas sobretensiones.

Las ecuaciones anteriores son válidas suponiendo que el valor de L es constante. Esto es cierto para las bobinas con núcleo de aire, pero no así para las que tienen núcleo ferromagnético. En estas últimas el valor de la inductancia L depende de la corriente, y la ecuación correcta es:

$$v_L = \frac{d}{dt}[L \cdot i] = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} \quad \text{Ecuación 2-7}$$

### 2.1.2. CAPACIDAD

Cuando circula una corriente  $i(t)$  por un condensador, este acumula cargas de signo opuesto entre sus placas, provocando la aparición de un potencial entre sus bornes. El incremento del potencial diferencial viene dado por la ecuación:

$$dv_C = \frac{dq}{C} = \frac{dq}{dt} \cdot \frac{dt}{C} = i \cdot \frac{dt}{C} \quad \text{Ecuación 2-8}$$

Integrando, suponiendo la capacidad constante, obtenemos la expresión del potencial en bornes del condensador:

$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i \cdot dt \quad \text{Ecuación 2-9}$$

Los límites de integración determinan el intervalo de tiempo durante el que tiene lugar el proceso de carga o descarga del condensador, o dicho de otra manera, la tensión instantánea en bornes del condensador, en un instante  $t$ , depende de la corriente que ha circulado en el pasado.

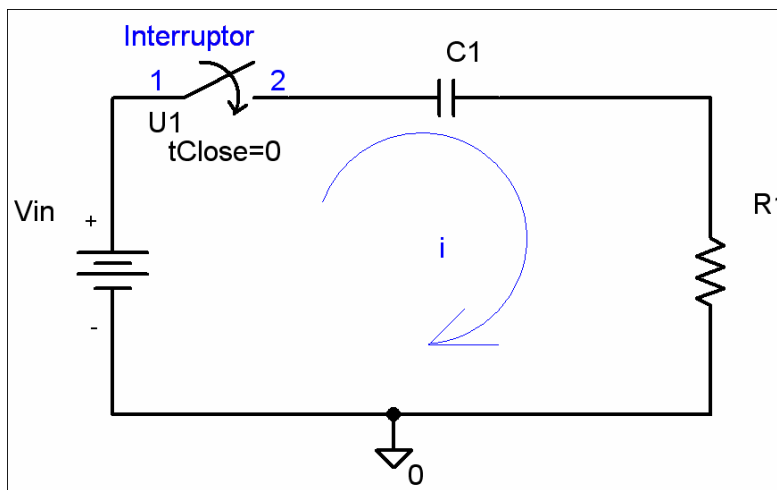


Fig. 2-4

La manera de plantear la ecuación diferencial es la siguiente:

$$V_{in} = V_C + V_R \Rightarrow V_R = V_{in} - V_C$$

$$i = \frac{V_R}{R} = C \cdot \frac{dV_C}{dt}$$

y de las dos anteriores:



$$\frac{V_{in}}{R} - \frac{V_C}{R} = C \cdot \frac{dV_C}{dt}; \text{ reordenando:}$$

$$\frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{RC} = \frac{V_{in}}{RC} \quad \text{Ecuación 2-10}$$

La solución de la ecuación homogénea:

$$\frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{RC} = 0; \text{ el polinomio característico es } r + \frac{1}{RC} = 0, \text{ por lo que:}$$

$$V_{C \text{ homogénea}} = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}.$$

La solución de la completa se ensaya con una constante igual que en el caso de la bobina de modo que la solución completa de la ecuación 10 es de la forma:

$V_C(t) = K + A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ ; para determinar las constantes de integración se siguen los pasos descritos en el caso de las bobinas:

- a) Se calcula la derivada de  $V_C(t)$  y se sustituye en la ecuación diferencial original (Ecuación 2-10):

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = -\frac{A}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$-\frac{A}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{RC} \cdot \left( A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \right) + \frac{1}{RC} \cdot K = \frac{V_{in}}{RC}$$

despejando queda  $K = V_{in}$

- b) Se determina el valor de la constante A a partir de las condiciones iniciales. Suponemos que para  $t=0$  la tensión en el condensador es  $V_{C0}$ . Sustituyendo en la ecuación de  $V_C(t)$ :

$$V_{C0} = A \cdot e^0 + V_{in} \Rightarrow A = V_{C0} - V_{in}$$

Una vez determinadas las constantes, la solución para la forma de la tensión en el condensador con el interruptor cerrado es:

$$V_C(t) = (V_{C0} - V_{in}) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + V_{in} \quad \text{Ecuación 2-11}$$

Donde  $\tau = RC$  es la constante de tiempo del circuito.

El valor de la corriente que atraviesa el circuito lo calculamos a partir de la ecuación 2-9, derivándola:

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i(t) \Rightarrow i(t) = C \cdot \frac{-(V_{C0} - V_{in})}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow i(t) = \frac{V_{in} - V_{C0}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}.$$

De la Ecuación 2-11 determinamos que la tensión en bornes del condensador tiene dos términos:

$V_{in}$  → que es el término estacionario. Es decir, cuando ha transcurrido un tiempo  $t > 3\tau$  el potencial de la fuente aparece por completo en bornes del condensador.

$(V_{C0}-V_{in}) \cdot \exp(-t/RC) \rightarrow$  que es el término transitorio. Inicialmente ( $t=0$ ) el potencial en bornes del condensador es el que tenía antes de cerrar el interruptor ( $V_{C0}$ ).

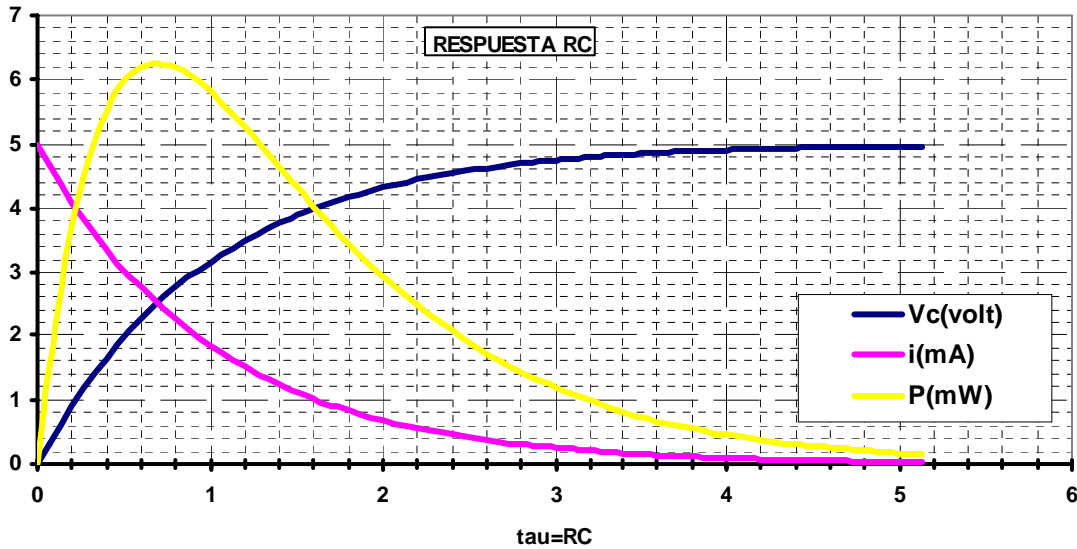


Fig. 2-5 Corriente, tensión y potencia en el condensador del circuito de la Fig. 2-4 al cerrar el interruptor.

## 2.2. ECUACIONES DE 2º ORDEN. MÉTODO DE TRANSFORMADA DE LAPLACE.

En un circuito RLC la ecuación diferencial resultante para la corriente o el potencial es de segundo orden. La forma de resolverlo es calcular una solución general de la ecuación homogénea (solución libre) y sumarle una solución particular de la completa (solución forzada). Veamos como son dichas ecuaciones.

### 2.2.1. RLC SERIE

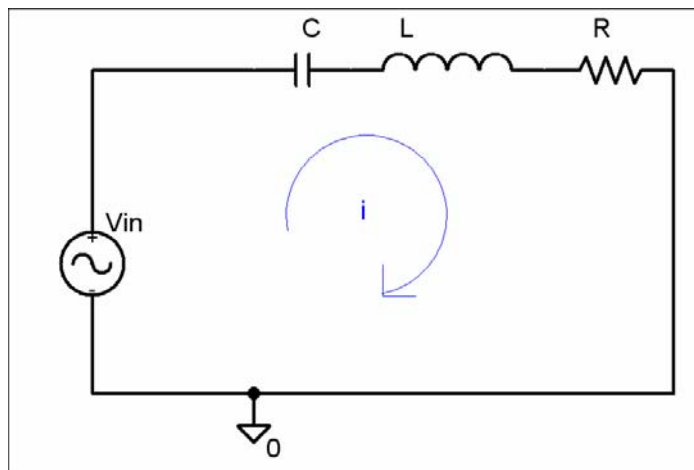


Fig. 2-6

$$\text{De la figura, } V_{in} = V_C + V_L + V_R = \frac{1}{C} \int i dt + L \frac{di}{dt} + R \cdot i$$

Tomando transformada de Laplace:

$$V_{in}(s) = \frac{I(s)}{C \cdot s} + L \cdot s \cdot I(s) - L \cdot i(0) + R \cdot I(s)$$

Despejando:

$$I(s) \cdot \left[ \frac{1}{Cs} + Ls + R \right] = Vin(s) + L \cdot i(0)$$

$$I(s) = \frac{i(0)}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} + \frac{Vin(s)}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$